

§ Obstacle problem for MCF

雨滴掉在荷葉上算得上是遇到障礙的 MCF？

ChatGPT：

當雨滴落在荷葉上：

- 1. 表面張力作用：雨滴不會立刻被荷葉吸收，而是形成球形水珠，這與最小曲面的性質有關。
- 2. 荷葉的彎曲與撐起：荷葉會因雨滴重量微微下陷或撐起。
- 3. 雨滴會滑動：若荷葉傾斜或彎曲，雨滴會沿著曲面滑動甚至彈走。

這些現象都和曲面形變與接觸幾何（contact geometry）有關，與「障礙問題（obstacle problem）」的某些數學結構產生共鳴。

障礙問題與 MCF

障礙問題（Obstacle problem）是變分法與偏微分方程（PDE）中的一類問題，典型情況是：

找出一個函數，使得它在某區域內滿足一定的偏微分方程，同時又不能低於某個給定的障礙函數。

| 自然場景                  | 數學類比                            |
|-----------------------|---------------------------------|
| 雨滴落在荷葉上               | 曲面（雨滴/水珠）在變形過程中受限               |
| 荷葉是障礙物，不讓雨滴穿過         | MCF 中的障礙問題：曲面不能穿過障礙             |
| 水珠因曲率與重力被限制在荷葉表面移動    | 曲面受平均曲率控制變形，並受到障礙限制             |
| 雨滴在荷葉表面達到某種穩定平衡（最小能量） | 解是最小曲面或平均曲率為0的穩定形狀，受限於障礙條件      |
| 荷葉微微下凹（因水珠重量）         | 障礙問題中的自由邊界（free boundary）位置被動調整 |

雨滴在荷葉上實際上可以被視為一種受阻的最小曲面問題（即一個液滴表面在受到荷葉限制的情況下達到最小能量配置）。

若考慮水滴落下後再擴散與收縮，那就會像 MCF 障礙問題的動態版本。

「雨滴落在荷葉上」的現象可視為一種自然界的平均曲率流障礙問題具象化：一個曲面（雨滴）在能量趨小的驅使下嘗試演化，但受到一個障礙（荷葉）限制，不得穿越，最終達成平衡或被迫改變演化路徑。

這正是 MCF 障礙問題的核心精神。

DeepSeek：

嚴格來說，MCF 障礙問題通常研究的是曲面演化時避開固定障礙（如平面），而雨滴問題還需考慮：

1. 流體動力學（如黏性耗散）。
2. 三相接觸線的複雜性（非純幾何約束）。

雨滴在荷葉上的行為可以啟發式地類比為 MCF 的障礙問題，尤其在靜態形狀或接觸線約束方面。

但嚴格數學模型需擴展經典 MCF，納入流體力學和表面化學效應。

若僅關注幾何演化而忽略動態細節，這一類比可作為理解曲面受障礙約束的直觀例子，但需注意其局限性。