F 是一個向量函數 若存在一個純量函數ψ使得

$$F=(\frac{\partial\psi}{\partial x},\frac{\partial\psi}{\partial y},\frac{\partial\psi}{\partial z})=\nabla\psi=grad\psi$$

若積分與路徑無關則$\psi(x,y,z)=\int_{(x_0,y_0,z_0)}^{(x,y,z)}F\cdot\vec{t}\,ds$

以下三式等價

1. $\oint_C F\cdot\vec{t}\,ds=0$，其中 C 是封閉曲線
2. $curlF=0$
3. F=gradψ，其中ψ是純量函數

高斯定律

(1) 積分式 $\iint_s E\cdot ndS=4\pi q$ 通量

(2) 微分式 $\nabla E=4\pi\rho$ 散度

$$\oint E\cdot tds=0$$

$E=-grad\phi=-\nabla\phi$，ϕ是靜電位

則$\nabla\cdot(-\nabla\phi)=4\pi\rho$，$\nabla\cdot(\nabla\phi)=-4\pi\rho$

$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}+\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}=-4\pi\rho$，寫成$\nabla^2\phi=4\pi\rho$(Poisson)

其中$\nabla^2=div(grad)$稱為 Laplacian

在真空中$\nabla^2\phi=0$是一個二階偏微分方程