

§ 手腦並用

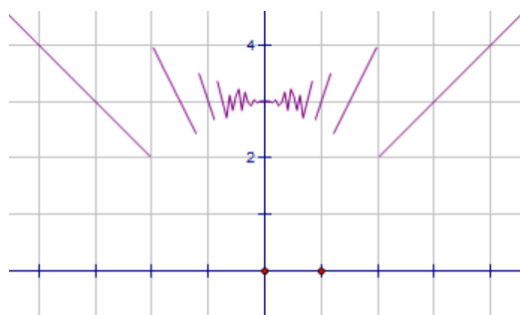
Evaluate $\lim_{x \rightarrow 0} (x \lceil \frac{3}{x} \rceil) =$ 其中 $\lceil \cdot \rceil$ 是高斯函數

依定義要分別求 $\lim_{x \rightarrow 0^+} (x \lceil \frac{3}{x} \rceil) =$ 與 $\lim_{x \rightarrow 0^-} (x \lceil \frac{3}{x} \rceil) =$

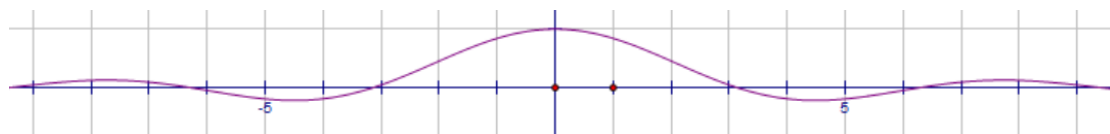
分別取 $x=0.000013$ 與 $x=-0.000013$ 代入，用手機中的計算器可知

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (x \lceil \frac{3}{x} \rceil) = \lim_{x \rightarrow 0^-} (x \lceil \frac{3}{x} \rceil) = 3, \text{ 所以 } \lim_{x \rightarrow 0} (x \lceil \frac{3}{x} \rceil) = 3$$

再用作圖軟體化一下 $y = x \lceil \frac{3}{x} \rceil$ 的圖形如下，可確認無誤。



順便畫一下 $y = \frac{\sin x}{x}$ 的圖形



可知 $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ ， $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sin x}{x} = 0$ 是顯然的。