

§

$$E^2 = p^2 c^2 + m^2 c^4$$

$$E \rightarrow i\hbar \frac{\partial}{\partial t}, p \rightarrow -i\hbar \nabla$$

$$(i\hbar \frac{\partial}{\partial t})^2 \psi = [(-i\hbar \nabla)^2 c^2 + m^2 c^4] \psi$$

$$-\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \psi = -\hbar^2 c^2 \nabla^2 \Psi + m^2 c^4 \Psi$$

...

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} - \nabla^2 \Psi + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \Psi = 0$$

寫成 $\left(\square + \frac{m^2 c^2}{\hbar^2} \right) \Psi = 0$ 其中 $\square = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \nabla^2$ 稱為 **d'Alembert** 算子。

取 $\hbar = c = 1$ 寫成 $(\partial_\mu \partial^\mu + m^2) \Psi = 0$ 是相對論性量子場論中最簡單的式子。

$\square = \partial_\mu \partial^\mu$ 是採 $(+, -, -, -)$ 之約定。

薛丁格的非相對論性方程： $i\hbar \frac{\partial \Psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 \Psi + V \Psi$