§ 建構酉旋量

$X_1=(x_1,y_1,z_1), X_2=(x_2,y_2,z_2)$ ，$|X_1|=|X_2|, X_1\perp X_2$

Let $Z=(x,y,z)$ ，其中 $x=x_1+ix_2, y=y_1+iy_2, z=z_1+iz_2$

則 $|Z|^2=x^2+y^2+z^2=0$ ，$z^2=-(x^2+y^2)=-(x+iy)(x-iy)$

Set $\begin{cases} x+iy=-2\phi^2 \\ x-iy=2\psi^2 \end{cases}$ then $\begin{cases} x=\psi^2-\phi^2 \\ y=i(\psi^2-\phi^2) \\ z=\pm 2\psi\phi \end{cases}$

Then we construct a spinor (ψ,φ) from X_1, X_2 。

這種構造將三維空間中的兩個垂直向量映射到一個二維複數旋量上，體現了旋量與向量之間的對應關係（例如，通過 Pauli 矩陣或類似的表示）。

If $|X_1|=|X_2|=1$ ，then $\psi\psi^*+\phi\phi^*=1$

驗證

$|Z|^2=|x|^2+|y|^2+|z|^2=|X_1|^2+|X_2|^2=2$

另一方面 $|x|^2=(\psi^2-\phi^2)((\psi^*)^2-(\phi^*)^2)=\ldots$

$|y|^2=\ldots$ $|z|^2=4|\psi|^2|\phi|^2$

$|x|^2+|y|^2+|z|^2=2=2(|\psi|^4+|\phi|^4)+4|\psi|^2|\phi|^2$

$(|\psi|^2+|\phi|^2)^2=1$ 即 $\psi\psi^*+\phi\phi^*=1$

(ψ,φ) 為一酉旋量(unitary spinor) 可令 $\psi=\cos\alpha e^{i\beta}, \phi=\sin\alpha e^{i\gamma}$
因此一個酉旋量有三個角分量(angular components)。