

§ Dirac Spinor

Dirac spinor $\Psi = (\psi_1, \psi_2, \psi_3, \psi_4)^T = \begin{pmatrix} \varphi_R \\ \varphi_L \end{pmatrix}$, φ_R, φ_L 是 Pauli spinors (稱為二分量旋量)

$\varphi_R = \begin{pmatrix} \chi_1 \\ \chi_2 \end{pmatrix}$, $\chi_1, \chi_2 \in \mathbb{C}$, χ_1 表示粒子處於自旋向上的機率振幅。 χ_2 表示粒子處

於自旋向下的機率振幅。

滿足 $|\chi_1|^2 + |\chi_2|^2 = 1$

Pauli spinors 的自旋觀測量透過 Pauli 矩陣作用，對應的自旋算子為

$$S_i = \frac{\hbar}{2} \sigma_i, i=1,2,3$$

$$\sigma_1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_2 = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \sigma_3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \quad \sigma_1 \sigma_2 = i \sigma_3$$

例如 沿 x 軸向上的自旋態： $\chi_{+x} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

沿 y 軸向上的自旋態： $\chi_{+y} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ i \end{pmatrix}$

Pauli spinor $\varphi = \begin{pmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{pmatrix}$ 寫成 $\begin{pmatrix} \varphi_1 & 0 \\ \varphi_2 & 0 \end{pmatrix}$ 則形成 $M(2, \mathbb{C})$ 的左理想 S :

即 $U \in M(2, \mathbb{C}), \varphi \in S \Rightarrow U\varphi \in S$