1. 1 維弦

   $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=c^2\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ ，$u(0,t)=u(l,t)=0$ $\quad \therefore \lambda_n=(\frac{\pi n}{l})^2, X_n=\sin(\frac{\pi n}{l}x), m=1,$

   $u(x,t)=\sum_{n=1}^{\infty}[A_n\cos(\frac{nc\pi t}{l})+B_n\sin(\frac{nc\pi t}{l})]\,s$

2. S^1 上的一維振動

   $-\frac{d^2u}{dx^2}=\lambda u, u(x+2\pi)=u(x), \lambda\geq 0$

   $\mathrm{Spec}\,(S^1)=\{0,1^2,2^2,...,n^2,...\}$特徵函數$\{\cos(nx),\sin(nx)\}$

3. 單位圓盤

   $f:\partial\Omega\to R \quad \Delta u=u_{xx}+u_{yy}=0 \quad 0\leq x^2+y^2<1$

   u(x,y)=f(x,y) $\qquad x^2+y^2=1$

   $u(r,\theta)=\frac{1}{2}a_0+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\theta+b_n\sin n\theta)r^n, 0\leq r<1$

   若是 Dirichlet 條件 則(1)歐氏空間 $\lambda=k^2$ 將單位圓盤視為黎曼流形時，通常預設為歐氏度量下的帶邊界圓盤，其譜由貝索函數的零點給出，是離散的。

   (2) Poincare 圓盤 連續譜 $[\frac{1}{4},\infty)$

4. S^2

   $\Delta_{S^2}=\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}(\sin\theta\frac{\partial}{\partial\theta})+\frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\phi^2}...(*)$

5. S^3

   單位球面 S^n 的 Laplace 算子的特徵值為 $\lambda_k=k(k+n-1), k=0,1,2,3,...$

   $Spec(S^3)=\{\lambda_k=k(k+2), k=0,1,2,3,...\}$

   重複度為 $m_k=\binom{n+k}{k}-\binom{n+k-2}{k-2}=(k+1)^2$ (n=3)

6.