



## 第一部 流形微分幾何

### 1. [流形](#) 微分流形與微分形式

- (1) 流形的拓撲結構
- (2) 流形的微分結構
- (3) 切空間與切向量場

- (4) 餘切向量場
- (5) 張量積與高階張量場
- (6) Cartan 外積與外微分 微分形式
- (7) 流形的定向 流形上積分與 Stokes 定理
- (8) 習題 [Dirac 磁單極問題 [magnetic monopole](#)]

### 2. [流形的變換](#)即其可積性 李變換群及李群流形

- (1) 流形間映射及其誘導映射 正則子流形
- (2) 局部單參數李群變換 李導數
- (3) 積分子流形 Frobenius 定理
- (4) 用微分形式表達的 Frobenius 定理 微分方程的可積條件 [[可積的動力系統](#)]
- (5) 李群流形
- (6) 李群變換 齊性 G 流形
- (7) 不變向量場 李代數 指數映射
- (8) 習題

### 3. [仿射聯絡流形](#)

- (1) 活動標架 流形切叢與標架叢
- (2) 仿射聯絡與協變微分
- (3) 曲率形式與曲率張量場
- (4) 測地線方程式 切叢聯絡的撓率張量
- (5) 協變外微分算子
- (6) 聯絡的和樂群(完整群 [holonomy group](#))
- (7) 習題

### 4. [黎曼流形](#)

- (1) 黎曼度規與黎曼聯絡
  - (2) 黎曼流形上的微分形式
  - (3) 黎曼曲率張量 Ricci 張量與標張量
  - (4) 等長變換與共形變換
  - (5) 截面曲率 等曲率空間
  - (6) 愛因斯坦引力場方程
  - (7) 正交標架場與自旋聯絡 時空規範理論初步
  - (8) 測地線 Jacobi 場與 Jacobi 方程
  - (9) 習題
5. 歐空間的黎曼子流形 正交活動標架法
- (1) 黎曼流形的子流形 誘導度規與誘導聯絡
  - (2)  $\mathbf{R}^n$  的子流形 正交活動標架法
  - (3)  $\mathbf{R}^3$  中的曲線與曲面
  - (4) 用 Cartan 活動標架法計算黎曼曲率
  - (5) 偽球面與 Backlund 變換
  - (6) 測地線與局部法坐標系
  - (7) 習題
6. 齊性黎曼流形 對稱空間
- (1) 李群的黎曼幾何結構
  - (2) 齊性黎曼幾何
  - (3) 對稱空間與局部對稱空間
  - (4) 對稱空間的代數結構
  - (5) 非線性  $\sigma$  模型 對偶對稱與孤子解
  - (6) 非局域守恆流 隱藏對稱性的 Noether 分析
  - (7) 習題
7. 流形的[同倫群與同調群](#) (1) 對流形進行分類 (2) 標誌流形的整體結構
- (1) 同倫映射及具有相同倫群的流形
  - (2) 流形的基本群 多連通空間的覆蓋空間
  - (3) 流形的各階同倫群  $\pi_k(M)$
  - (4) 相對同倫群與群同態正合系列 纖維映射正合系列
  - (5) 同調群  $H_k(M, \mathbf{Z})$
  - (6) 一般同調群  $H_k(M, \mathbf{G})$
  - (7) 同倫群與同調群關係  $n$  維球面的各階同倫群
  - (8) 習題
8. 上同調論 de Rham 上同調

- (1)
- 9. Morse 理論 CW 複形與拓撲障礙分析
  - (1)
- 10. 辛流形與切觸流形 [[物理幾何化](#)]
  - (1) 辛流形  $(M, \omega)$
  - (2) 辛向量場與哈密頓向量場 泊松括號
  - (3) 泊松流形與辛葉 Schouten 括號
  - (4) 辛流形的子流形
  - (5) 齊性辛流形與約化相空間 動量映射
  - (6) 切觸流形  $(M, \eta)$
  - (7) 習題
- 11. 複流形
  - (1) 複流形及其複結構 近複結構與近複流形
  - (2) 近複結構可積條件 Nijenhuis 張量
  - (3) 近辛流形上複結構 近厄米流形  $(M, \omega, J)$
  - (4) 厄米流形
  - (5) 厄米流形上的仿射聯絡
  - (6) Kahler 流形
  - (7) Kahler-Einstein
  - (8) 習題
- 12. 旋量 自旋流形
  - (1) [旋量](#)
  - (2) 時空的 Lorentz 變換與自旋變換 旋量張量代數
  - (3) Dirac 旋量 Weyl 旋量 純旋量各維旋量的矩陣表示結構
  - (4) 各維旋量的表示結構 Majorana 表象
  - (5) 自旋結構與自旋流形 Spin 結構
  - (6) 自旋結構的聯絡 Dirac 算子 Weitzenbock 公式
  - (7) 習題

## 第二部 纖維叢幾何 規範場論

- 13. 纖維叢的拓撲結構 14. 纖維叢上的聯絡與曲率 15. 示性類 16. 楊-Mills 規範理論 17. 規範理論與複幾何 18. Atiyah-Singer 指標定理
- 19. 量子反常拓撲障礙的遞降繼承 20. 規範軌道... 21.

## 第三部 非交換幾何導引

- 22. 非交換幾何及其在量子物理中的應用 23. 量子群  $q$  規範理論  $q$  陳類