§ $d(f^*(\omega)) = f^*(d\omega)$

舉例說明

f 是一個從流形 M 到流形 N 的光滑映射，ω是定義在 N 上的微分形式

d 是外微分

外微分運算與拉回映射是順序無關的。

例

$f: M \to N$ ，M 的(柱)座標(r, θ, z) ，N 的座標(x,y,z)

$x = r\cos\theta, y = r\sin\theta, z = z$

$dx = \cos\theta dr - r\sin\theta d\theta$

取$\omega = xdz \in T_p^*(N)$ (N 中的 1-form)，則

$d\omega = dx \wedge dz$

$f^*(d\omega) = (\cos\theta dr - r\sin\theta d\theta) \wedge dz = \cos\theta dr \wedge dz - r\sin\theta d\theta \wedge dz$

$f^*\omega = r\cos\theta dz$

$d(f^*\omega) = \cos\theta dr \wedge dz - r\sin\theta d\theta \wedge dz$

可以看出來$d(f^*(\omega)) = f^*(d\omega)$

後註：

這個公式$d(f^*(\omega)) = f^*(d\omega)$保證了斯托克斯定理（Stokes' Theorem）在座標轉換下是不變的 。