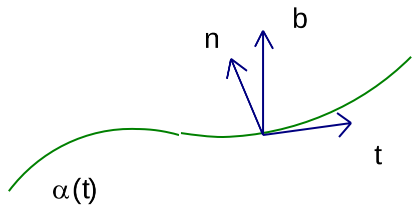
$$\begin{pmatrix} t' \\ n' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \kappa & 0 \\ -\kappa & 0 & \tau \\ 0 & -\tau & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} t \\ n \\ b \end{pmatrix}$$



$\alpha(t)$ 改成 $\alpha(s)$,則 $t = \dfrac{d\alpha}{ds}$,使得 $|t| = 1$,

$t' = \kappa n$,t 是單位切向量,n 是主法向量,定義 $b = t \times n$(次法向量)

{x,t,n,b}為一活動標架,$\begin{cases} x' = \\ t' = \\ n' = \\ b' = \end{cases}$ 表為{t,n,b}的線性組合,此組微分方程稱為此活動標架的構造方程,此標架的存在,唯一性由其構造方程決定。

Frenet 公式引出兩個重要的幾何量 κ, τ,解決曲線全等問題。

$$\frac{dT}{ds} = \kappa_n N + \kappa_g Y$$

κ_n 法曲率　　$\kappa_n \equiv 0$ asymptotic line

κ_g 測地曲率　$\kappa_g \equiv 0$ geodesic line

t、n、b 是一活動標架。t,n 所張的平面稱為密切平面

$$\kappa^2 = X'' \cdot X'' = \frac{\left|\dot{X} \times \ddot{X}\right|^2}{(\dot{X} \cdot \dot{X})^3}$$

$$\tau = \frac{(X' X'' X''')}{X'' \cdot X''} = \frac{(\dot{X}\ \ddot{X}\ \dddot{X})}{\left|\dot{X} \times \ddot{X}\right|^2}$$

習作

Circular Helix 的次法向量與此螺線所在的圓筒的軸夾等角

x=[acosu,asinu,bu]

$$t = [-a\sin u, a\cos u, b] / \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$n = [-\cos u, -\sin u, 0]$$

$$b = t \times n = [b\sin u, -b\cos u, a] / \sqrt{a^2 + b^2}$$

$$b \cdot \overrightarrow{e_3} = \frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$