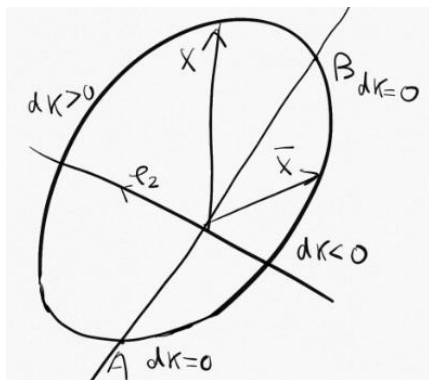


簡單 封閉 二次可微的凸平面曲線 ($\kappa(s) > 0$) 至少有 4 個頂點 ($\kappa'(s) = 0$) ,



定義在 compact set 上的連續函數 $\kappa(s)$ 一定有極大值與極小值

假設在 $A(s_1)$ 與 $B(s_2)$ 有極值, 即

$$\kappa'(s_1) = \kappa'(s_2) = 0$$

連接直線 AB, 建立坐標系如左

假設在上半 $\kappa'(s)$ 恆 > 0 , 另一半 $\kappa'(s) < 0$

$$\int_C \kappa' X ds = \int_C X d\kappa = \kappa X \Big|_C - \int_C \kappa dX = - \int_C \kappa T ds$$

$$= \int_C N' ds \quad (\text{因為 } \tau = 0, N' = -\kappa T + \tau B = -\kappa T)$$

$$= \int_C dN = 0$$

在 AB 上半, X 與 e_2 夾銳角, 在 AB 下半, X 與 e_2 夾鈍角

$\kappa' \langle X, e_2 \rangle > 0$ 恆成立。矛盾

所以在上半會有一個點 使得 $\kappa'(s) = 0$, 為一頂點, 另一半也會有一個頂點。