



正螺旋面 (right helicoid)

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \\ z = a\theta + b \end{cases} \text{ 上的曲線 } dr^2 - (r^2 + a^2)d\theta^2 = 0 \text{ 形成正交網 試證}$$

明之

$$X = [r \cos \theta, r \sin \theta, a\theta + b]$$

$$X_r = [\cos \theta, \sin \theta, 0]$$

$$X_\theta = [-r \sin \theta, r \cos \theta, a]$$

$$E=1, F=0, G=r^2 + a^2$$

$$\text{原式為 } dr^2 - Gd\theta^2 = 0, \text{ 兩根為 } dr - \sqrt{G}d\theta = 0, \delta r + \sqrt{G}\delta\theta = 0$$

$$dX \cdot \delta X = dr\delta r + Gd\theta\delta\theta$$

$$= (\sqrt{G}d\theta)(-\sqrt{G}\delta\theta) + Gd\theta\delta\theta = 0$$

得證

.....