

§ 面積的變分

$$\text{第一變分 } \left. \frac{d}{dt} A(\Sigma_t) \right|_{t=0} = - \int_{\Sigma} f H dA \quad (\text{or } A'(s) = \int_{\Sigma_s} H f)$$

曲面面積對法向變形的敏感程度，由均曲率所決定。曲面表面上某一點往外微凸，那麼它的面積會隨著法向擠壓而上升或下降。

$$\text{第二變分 } \delta^2 A = \int_M (|\nabla f|^2 - (|A|^2 + Ric_N(V, V)) f^2) dA$$

其中 f 是變形函數(限制體積保持 $\int_M f dA = 0$)

$Ric(V, V)$ 是外部空間的 Ricci 曲率(在 R^{n+1} 為零)。