

§ 饗宴(1)彩蛋/尺規作圖

德謨克利特是富二代，精通文學、音樂、數學、自然哲學。

他的[原子論](#)要到十八世紀末才有道爾敦(John Dalton)的現代科學版。

晚宴在衛城東南坡、神聖的戴奧尼索斯劇場舉辦，這古老的圓形劇場背倚雅典衛城，面對城市與海洋，夕陽如金瀑流洩，石階上映照眾人剪影。

石壇中央鋪著染金織毯，一張弧形長桌橫亙其上，四周點起松脂火炬，暗香與微光交錯；高處的觀眾席未全開放，只挑選幾層作為孩童與婦女的區域，觀星而飲，仿若人間與天庭相連。



當希皮帶著莫妮卡與奧麗芙到達時，梅麗莎出來帶領他進入屋內，梅麗莎今日身著赤金襪裙，衣角繫著銀鈴，手持銀壺，美艷絕倫，看到希皮 梅麗莎只嫵媚地笑一下，沒說甚麼。

倒是希皮看到是梅麗莎，眼睛亮了起來。

莫妮卡則微微撇嘴，低聲對奧麗芙說：「他又犯老毛病了。」

培里克瓊帶著柏拉圖、安提豐這兩兄弟早就到了。

高爾吉亞是主人德謨克利特的常客了，在客廳等著這即將到來的饗宴。

當然，還有一個不速之客普羅狄克斯。

修昔底德、阿斯帕西亞、胡仙兒、白靈、黑靈、賽蓮、瑟翁、阿提、裴夏、雅典將軍尼西亞斯、斯巴達將軍 Pleistolas 還有亞西比德。

還有蘇格拉底，克桑蒂貝，希波學堂助教狄奧多魯斯、阿爾庫塔斯、小德，大家都到齊了。

希波就坐在德謨克利特旁邊，兩人交談著田地與幾何、雞蛋與宇宙，仿佛一對老友，又像兩位策劃未來的哲師。

這時候，尼古拉推出餐車走了出來有 (1)開胃葡萄酒 (2)杏仁沙拉 (3)蜜汁小煎餅 蜜汁小麵包 (4)彩蛋。

主客分成兩區，女人與小孩一區，男人一區。

「小孩子不能喝酒，喝這種茶，這是主人從埃及買回來的洛神花茶。」梅麗莎告訴孩子們，然後給每個人一杯。

「哇！怎麼像鮮血。咦！酸酸甜甜地。」孩子們的歡笑聲馬上讓氣氛熱了起來。

「我們喝香蜂草茶，今天主人的特別招待。」梅麗莎微微一笑，遞一杯給尼古拉。



德謨克利特：

「首先要感謝雅典將軍尼西亞斯、斯巴達將軍 Pleistolas 蒞臨，請大家給予熱烈掌聲。」

一個愁眉苦臉的窮人問一個哲學家，「人，活著到底有甚麼意義？」

哲學家說：「我也一直沒弄清楚，所以我要活下去。」(眾人大笑)

戰爭剛結束，歡慶之餘，我辦這個饗宴。

一方面讓蘇格拉底見識一下數學家，聽說希皮的詭論讓蘇格拉底終於決定學一點數學。

另一方面不管是音樂、數學、哲學、天文地理，或者說「人活著到底有甚麼意義？」

請大家暢所欲言。

並且請我們未來的主人翁參與，讓我們的志業得以傳承。

也許，待會兒蘇格拉底還要來告訴我們 "什麼是愛情"。

眾人大笑。蘇格拉底乾咳一聲，眼角飄向克桑蒂貝，後者正紅著臉低頭偷笑。

我與希皮合夥在雅典山坡置了一塊地，希皮說是「香草農場什麼的」，

這彩蛋是農場裡的雞生的蛋，也許希皮得給我們說說，蛋殼的彩色是怎麼回事。

還有，到底是先有雞，還是先有蛋，希皮也要說清楚，不能再逃避了。(眾人大樂)

當然還有一點重要的事情要跟大家商量。」

大廳邊座，一位盲者拉著七弦琴彈唱著：

我覺得同天上的神仙可以相比，能夠和你面對面坐在一起，

聽你講話是這樣地令人欣喜，是這樣的甜蜜。

聽你動人的笑聲，使我的心在我的胸中這樣地跳動不寧，

當我看著你，波洛赫，我的嘴唇發不出聲音

我的舌頭凝住了，一陣溫暖的火突然間從我的皮膚上面溜過，

我的眼睛看不見東西，我的耳朵被噪聲填塞，

我渾身流汗，全身都在戰慄，

我變得蒼白，比草葉還要無力，

好像我幾乎就要斷了呼吸，在垂死之際。

是薩福(Sappho)情詩：給安娜多麗雅。

靜默，隨著詩聲流動，像夜色在心頭潑灑。德謨克利特長歎一聲，轉而說道：

「我們畢氏學派在教主過世不久，發生根本思想的危機。

希伯斯(Hippasus of Metapontum)證明正五邊形的邊長與對角線是不可公度的。打破和諧的幻象。

一百多年過去了，真是光陰如梭。

個人一生浪蕩，只知享樂，不知各位對聖教派的未來有何高見。」

狄奧多勒斯：「我研究過 3、5、...、17 的平方根都和單位量不可公度(都是無理數)。

不可公度應該是一個普遍現象，我正在研究逐次逼近法(窮竭法 exhaustion)。

這件事，相信以教主的睿智，想必也知道。

只是當時教派與外部的衝突，民主派人士對我派發動了攻擊，很難首尾兼顧，我們當繼承使命，繼續努力。」

希皮微笑道：「幾何與邏輯之間，有一條歸謬的路徑。我相信把代數問題幾何化，是解開這場危機的鑰匙。我認為不可公度可以用歸謬證法(reductio ad absurdum)來證明。」



高爾吉亞原來翹著腿，一臉戲謔地看著蘇格拉底與修昔底德低語，看到梅麗莎秀色可餐，想起昨晚剛嚐了少女春色，心中得意，就站了起來：

「利用邏輯的矛盾謀生可是本人的飯碗，今天要被希皮搶去了(眾人大笑)。」

如果不存在，則它將同時存在且不同時存在，因為如果它存在，則可能是永恆的或生成。

如果它是永恆的，它就沒有開始，因此是無止境的。

如果沒有限制，則它是“無處”，因此不存在。

如果存在被產生，那麼它必須來自某種事物，某種事物就是存在，這是另一個矛盾。

因此存在是無法理解的。

大家沒聽懂吧，這就對了，我就是靠這個謀生的(眾人大笑)。」

這高爾吉亞說起話來洋洋自得，神氣活現，說完又偷偷瞧了梅麗莎一眼。

德謨克利特：

「生命總是會找到出路，大家不必為我們教派的未來過於擔憂。」



希波邊說著，邊偷瞄著梅麗莎，想給希皮出個難題：「希皮，我聽說幾何的三大問題。直尺堅持不可以有刻度，這到底怎麼回事。」

希皮：

「我老師恩諾皮德斯是最早提出「尺規作圖」的原則的人，他認為平面幾何的對象只能通過兩種方法建立起來：

1. 通過給一定點作給定直線的垂線；
2. 以給定直線上一點為頂點作一角大小等於一給定角。

有一次在作圖時，我不小心在他的尺點了一點。

他說：希皮把那一點擦掉，不要把尺弄髒了。

恩諾皮德斯堅持理論的純度(purity)。

直尺不可以點一點作記號，應該是因為他的潔癖。」

眾人哄堂大笑，連蘇格拉底也差點噴出茶來。

後人說，尺不能有刻度是柏拉圖的堅持，天知道柏拉圖現在才 6 歲呢。

在這樣的夜晚，知識與笑聲交織。蛋殼之謎未解，雞與蛋之先後依然成謎；但孩子們在洛神花茶裡找到了快樂，成年人則在哲學與玩笑間重拾了理想的火焰。

遠處傳來夜鳥的鳴聲，微風掠過露臺，似乎連宇宙也在靜靜傾聽。

後記：

1. 尺規作圖的[早期歷史](#)
2. 數學史上有三次危機，大約 30 年後 [尤多克斯](#)(Eudoxus of Cnidus 390~337BC 柏拉圖與阿爾庫塔斯後來的老師)創立比例論，才解決不可共

度的情形，解決數學史的第一次危機。

歐幾里德建立公理化的歐氏幾何重建幾何學。

另一位是 Theaetetus of Athens 417~369BC

從畢氏學派的歐氏幾何的誕生 p.4蔡聰明

3. 有人說歸謬證法(reductio ad absurdum)是希波克拉底的點子，其實是恩諾皮德斯教導希波克拉底的。

後來在歐幾里德的幾何原本中有 $\sqrt{2}$ 是無理數的證明

4. 窮竭法(exhaustion) 從 Antiphon，Eudoxus 到阿基米德開啟微積分的序幕，這故事綿延 700 年。歷史的巨輪不停地轉著 人類只是宇宙的塵埃。