

§ 失衡的春天(3)音律與比例



西元前 505 年，畢達哥拉斯學團的庭院。

夕陽餘暉映照著廊柱。希帕索斯正專注地撥弄著一張單弦琴（monochord），其下方尺規標示著刻度。呂希斯自外步入，手持書板，面露沉思。

呂希斯：（微笑）

希帕索斯，日頭都將西沉了，你還在這兒與這根弦為伴？我遠遠便聽見琴音，時而和諧如天籟，時而卻又刺耳彷彿打破了的陶罐。

希帕索斯：（抬頭，眼中閃爽著興奮的光芒）

呂希斯，你來得正好！我正想找你。這琴弦不只是樂器，它是解開宇宙奧秘的鑰匙。

你看，（指著刻度）當我按住這裡，發出的是基礎的音調。

當我將琴馬滑到正中央，發出高八度的音，其弦長正是原長的一半。這比例，是 2：1。

呂希斯：（點頭）

這是我們都知道的。如同 12 與 6 的關係，最為和諧。

希帕索斯：

但不止於此。我再尋找與基礎音最為和諧的另一個音，發現當弦長比為 3：2 時，也就是此處，那音響如同兄弟般契合，這是五度音程。而當比例為 4：3 時，又是一個和諧的音，我們稱之為四度。2：1、3：2、4：3，這三個比例，道盡了我們所知的全部和諧。

呂希斯：（若有所思地撥動琴弦）

確實美妙。這幾個比例在我們處理學團的財務或建築比例時也屢見不鮮。

萬物皆可數，而和諧存乎比例之中。大師的教誨在此得到了完美的印證。

希帕索斯：

正是如此！但這引發了我更深的好奇。你看，這三個比例，似乎可以由四個數字完美地串聯起來：12、9、8、6。

呂希斯：（眼神一亮）哦？

願聞其詳。

希帕索斯：

取一根弦長定為 12 單位。那麼，要得到與它相距四度的音，弦長需為其四分之三，即 9 單位（ $12 \times \frac{3}{4} = 9$ ）。要得到與它相距五度的音，弦長需為其三分之二，即 8 單位（ $12 \times \frac{2}{3} = 8$ ）。最後，相距八度的音，弦長為其一半，即 6 單位。

呂希斯：（以指沾酒，在石板上劃出數字）

$12:9 = 4:3$ （四度）， $12:8 = 3:2$ （五度）， $12:6 = 2:1$ （八度）……確實巧妙！而且你看中間這兩個數，9 和 8。

希帕索斯：（激動地）

沒錯！9 相對於 12 和 8 的中間位置，8 相對於 12 和 6 的中間位置，它們各自形成了另一種和諧。這組數列，不正是你一直在研究的比例理論（Mediety）中最完美的展現嗎？

你看，8 是 12 和 6 的調和中項（harmonic mean），因為 8 比 6 多出的部分（2），是 6 的三分之一；而 12 比 8 多出的部分（4），是 12 的三分之一。而 9，則是 12 和 6 的算術平均。這四個數字，用簡單的比例，就把音階的奧秘、數的和諧，全都編織在了一起！

呂希斯：（凝視著數字，語氣緩慢而鄭重）

希帕索斯，你的觀察極其敏銳，如同穿透迷霧的陽光。

這不僅僅是音階，這是數的本質在和我們對話。大師若在，必會讚賞你的「科學精神」。

希帕索斯：

既然如此，我們是否該將這背後的數理——也就是弦長的比例，而非僅僅是聽覺的感受——記錄下來，傳授給門徒，甚至刻在石板上，讓真理之光普照？

呂希斯：（神色驟變，嚴肅地按住希帕索斯的手）

且慢！希帕索斯，你的求真之心可貴，但你忘卻了學團的規訓。

我們探究「數」是為了靈魂的淨化與升華，而非將其視為俗世可隨意買賣的技藝。你手中這套比例，一旦公諸於世，難保不會被巧言令色之徒拿去，淪為商人計算利潤或樂師譁眾取寵的工具。

希帕索斯：（有些不服）

真理本身何罪？若能讓更多人理解宇宙的和諧，豈非美事一樁？

呂希斯：

真理需要沃土才能生根。未經預備的靈魂驟然聽聞「數即萬物」，只會將其曲解，甚至引發災禍。我負責學團的組織，深知人心之複雜。

這和諧比例的發現，必須先由我們這些立過誓言的人深入消化、守護，待時機成熟，方可傳於德性圓滿之人。

希帕索斯，我請求你，為了學團的存續，為了真理不被褻瀆，將這份狂熱暫且收斂，作為我們內部的奧秘。

希帕索斯：（沉默良久，望向手中那根單弦琴，又望向呂希斯誠摯的眼神，語氣複雜）

和諧的比例存於琴弦，卻似乎難存於人心……我明白了，呂希斯。為了更大的和諧，我會保持緘默。

但我的內心深處始終有一絲不安，若我們發現的比例並非總是那麼完美，當數字本身也無法自圓其說時，又該當如何？

呂希斯：（沒聽出話中玄機，只當是希帕索斯的意氣，溫和笑道）

你又說痴話了。數就是一切，它怎會無法自圓其說？別想太多了，明天學團還有祭祀，早些歇息吧。

（希帕索斯欲言又止，最終只是點了點頭，目光卻越過呂希斯，落在庭院外那片逐漸被夜色籠罩的未知之中。）

後記：

1. 游森棚 數學與音樂 數學傳播季刊 33 卷 1 期
2. 希帕索斯是畢氏學團中最具科學求真的門徒，因此如中世紀的科學家遭到迫害。真理無罪。