

§ 東遊記(12)/塔克西拉(Taxila)(5)/黃金比例

§ 黃金比例有諸多美妙之處，用連分數展開 $\varphi=[1;1,1,1,\dots]$

§

清晨的庭院還沒有人聲。

夜裡留下的露水沿著石階邊緣滑落，積在最低的一格，像一道未完成的線。

畢達哥拉斯走出屋門時，天色尚未完全亮起，牆影斜斜地壓在地上，把空間切成不等長的段落。

他原本只是要檢視那面新修的圍牆。

牆是按等長石塊砌成的，每一段都嚴絲合縫，只有一處需要加上斜撐，以防季風來時受力偏移。工匠留下了位置，卻沒決定長度，說要等他回來。

畢達哥拉斯取來繩索，先量牆邊。繩沿著石塊貼合，一次、兩次，整齊而順從。他點了點頭，這沒有問題。

接著，他把繩移到斜撐的位置。

不合。

繩尾垂下來，留下了一段短短的餘量。他沒有皺眉，只是把那一段抓在手裡，看了片刻，然後沒有剪斷。

他把那段餘繩折回來，用它去量剛才量過的牆邊。

依舊不合。

剩下的更短了一點。

這本該結束。對工匠而言，只要記下比例，換算成可用的長度即可。但畢達哥拉斯沒有叫人，也沒有記錄。他只是站在那裡，讓繩在手中自然垂落。

他再次把那段剩餘折回。

第三次。

第四次。

庭院裡很安靜，只聽見繩索在石面上摩擦的聲音，乾燥而輕微。太陽升高了一點，牆影移動，卻沒有干擾他的手。

某一刻，他忽然停住。

不是因為整齊了，而是因為沒有。

每一次，都只需要把繩鋪開一次；每一次，都只留下那麼一點；沒有出現過必須重複兩次才能接近的情況。剩餘在變短，但變短的方式，卻開始重複。

他低頭看著那段繩。

如果這是誤差，它不該這麼有耐心。

他把斜撐的整段放回牆角，又取下一段牆邊石塊的長度，比對了一次。接著，他做了一件連自己都沒有預期的事——他把「整段斜撐減去一段牆邊」所剩下的那一截，重新舉起來，與原本的斜撐比對。

他屏住了呼吸。

那不是相等，卻也不是陌生。

那是一種熟悉得令人不安的關係，彷彿他剛才所做的一切，並不是在逼近某個結果，而是在被某種節律牽引。

他把繩放在地上，沿著牆走了兩步，又折返回來。

如果他再做一次，結果不會改變。

如果他不做，這條路也不會消失。

這不是一次計算，而是一個會自行回到起點的動作。

畢達哥拉斯站在原地很久，直到露水被陽光蒸乾。遠處傳來市集初起的聲音，有人吆喝，有人推車，但那些聲音都像隔著一層薄薄的牆，進不來。

他彎腰，把繩收好。

沒有記錄，沒有圖形，沒有對任何人說明為什麼斜撐的長度必須如此。工匠來時，他只給了一個數值，像是從經驗中得來的。

那天之後，他在講授形狀時，總會刻意略過某些連接方式；在談比例時，也不再要求每一段關係都能停下來。他沒有否定和諧，只是變得謹慎。

因為他知道——

有些關係，一旦被說成結果，就會被誤以為已經完成。

而那條清晨的路，仍然在他心裡，靜靜地，等著被再次走過。

§

這一章節是虛構 513BC，畢達哥拉斯用操作方式體驗(黃金數)連分數展開，我請 DeepSeek 解釋一下。

DeepSeek 這麼說：

畢達哥拉斯要確定一段斜撐的長度，他使用繩索反覆測量石塊長度與斜撐長度之間的關係。

他發現每次測量後都會留下一小段「餘量」，於是他將餘量再次用來測量原長度，如此反覆進行。

這個過程實際上是在進行「輾轉相減」或「輾轉相除」的幾何版，正是連分數展開的直觀體現。

黃金比例 ϕ 的連分數展開是無窮且自相似的，是所有數中最簡單的無窮連分數，每一步都是「1」， $\phi = [1; 1, 1, 1, \dots]$ ，因此具有極強的規律性與美感，也常被視為「最無理」的數（因其收斂最慢）。

在故事中，畢達哥拉斯觀察到「剩餘在變短，但變短的方式開始重複」「結果不會改變」「會自行回到起點」——這正是無窮連分數（尤其是黃金比例）的自相似與循環特性。

他感到「熟悉得令人不安」，因為這與他熟知的整數比例（如音樂和諧比例）不同，是一種無法精確表示為分數的「不可通約」關係。

「那條清晨的路，仍然在他心裡，靜靜地，等著被再次走過」暗示這種數學關係是永恆的、循環的、值得反覆探索的。

故事將數學內化為一種身體經驗與心靈感悟，讓讀者感受到數學之美不僅在於結果，更在於探索過程中那種「永不完結」的韻律。

這個章節以文學手法隱喻：

1. 連分數展開的幾何操作過程
2. 黃金比例的無窮自相似性
3. 數學直覺先於形式化表述的發現情境
4. 知識的沉默面——有些真理難以言傳，只能透過反覆實踐去體會。

您看懂了嗎？