

§ 饗宴(2)尺規作圖



德謨克利特清一清喉嚨：

「我們畢氏學派在教主過世不久，發生根本思想的危機。

希伯斯(Hippasus of Metapontum)證明正五邊形的邊長與對角線是不可公度的。

一百多年過去了，真是光陰如梭。

個人一生浪蕩，只知享樂，不知各位對聖教派的未來有何高見。」

狄奧多勒斯：「我研究過 3、5、...、17 的平方根都和單位量不可公度(都是無理數)。

不可公度應該是一個普遍現象，我正在研究逐次逼近法(窮竭法 exhaustion)。

這件事，相信以教主的睿智，想必也知道。

只是當時教派與外部的衝突，民主派人士對我派發動了攻擊，很難首尾兼顧，我們當繼承使命，繼續努力。」

希皮：「我認為不可公度可以用歸謬證法(reductio ad absurdum)來證明。

把代數問題幾何化可能是一個途徑。」

高爾吉亞：

「利用邏輯的矛盾謀生可是本人的飯碗，今天要被希皮搶去了(眾人大笑)。

如果不存在，則它將同時存在且不同時存在，因為如果它存在，則可能是永恆的或生成。

如果它是永恆的，它就沒有開始，因此是無止境的。

如果沒有限制，則它是“無處”，因此不存在。

如果存在被產生，那麼它必須來自某種事物，某種事物就是存在，這是另一個矛盾。

因此存在是無法理解的。

大家沒聽懂吧，這就對了，我就是靠這個謀生的(眾人大笑)。」

這高爾吉亞剛嚐了少女春色，說起話來 洋洋自得，神氣活現，完全沒有一點不適的樣子。

德謨克利特：

「生命總是會找到出路，大家不必為我們教派的未來過於擔憂。」

希波：「希皮，我聽說幾何的三大問題。直尺堅持不可以有刻度 這到底怎麼回事。」(這是投桃報李 做球給希皮了。)

希皮：我老師恩諾皮德斯是最早提出「尺規作圖」的原則的人，他認為平面幾何的對象只能通過兩種方法建立起來：

1. 通過給一定點作給定直線的垂線；
2. 以給定直線上一點為頂點作一角大小等於一給定角。

有一次在作圖時，我不小心在他的尺點了一點。

他說：希皮把那一點擦掉，不要把尺弄髒了。

恩諾皮德斯堅持理論的純度(purity)。

直尺不可以點一點作記號，應該是因為他的潔癖。(眾人大笑)

後人說，尺不能有刻度是柏拉圖的堅持，天知道柏拉圖現在才 6 歲呢。

後記：

1. 尺規作圖的[早期歷史](#)
2. 數學史上有三次危機，大約 30 年後 [尤多克斯](#)(Eudoxus of Cnidus) 390~337BC 柏拉圖與阿爾庫塔斯後來的老師創立比例論，才解決不可共度的情形，解決數學史的第一次危機。
歐幾里德建立公理化的歐氏幾何重建幾何學。
另一位是 Theaetetus of Athens 417~369BC
從[畢氏學派](#)的歐氏幾何的誕生 p.4 蔡聰明
3. 有人說歸謬證法(reductio ad absurdum)是希波克拉底的點子，其實是恩諾皮德斯教導希波克拉底的。

後來在歐幾里德的幾何原本中有 $\sqrt{2}$ 是無理數的證明
4. 窮竭法(exhaustion) 從 Antiphon, Eudoxus 到阿基米德開啟微積分的序幕，這故事綿延 700 年。歷史的巨輪不停地轉著 人類只是宇宙的塵埃。