

§ 黃金比例



公車司機看到後方一個胖子趕過來，就慢慢靠站等他。

「其實我走路比跑步還快些。」胖子噓呼呼地上了車跟公車司機這麼說。

跑步是為了讓司機知道他在趕公車。

我們的粗意識看到表相，細意識看到實相，微細意識才看到本質。

從離開希俄斯島到由薩摩斯島回來，前後大約經過半個月。

希波克拉底此刻躺在乳香樹旁的草地上，一樣的春風、陽光，心境已大不相同。

尼古拉隨侍天后赫拉，自己魔法小有所成，還有心繫的人，不再無牽無掛。

人生的目標從模糊到清晰。

- (1) 要開始研究數學，準備成為雅典的上階層。
- (2) 努力修煉魔法(第三眼)。
- (3) 繼續尋找希帕索斯公案的線索。
- (4) 守護莫妮卡。

去年，萊斯博斯島(Lesbos，在希俄斯島上方，面積比希俄斯島大。)的城市米蒂利尼(Mytilene)在斯巴達的鼓動之下叛亂，被雅典迅速平定。

斯巴達指揮官 Alcidas 承諾的民主沒有實現，米蒂利尼人還差點被大屠殺。

(只留下婦女與小孩當作奴隸，雅典指揮官克里昂(Cylon)的提議原先被批准，但是後來被否決。)

[參看 [The Fate of Mytilene](#)]

今年，雅典大軍出動，20 艘軍艦在拉凱斯(Laches)與 Charoeades 指揮下遠征西西里。

可以這麼說，希俄斯島的獨立運動是沒有任何希望的。

那推動獨立運動的人是安著什麼心？

希波克拉底只是擔心恩諾皮德斯，會不會成為雅典憤怒的替死鬼。

在前往雅典之前，希波克拉底決定先研究造成希帕索斯公案的所謂「不可公度量」。

要說明不可公度量要從輾轉相除法說起。

約分術曰：可半者半之，不可半者，副置分母、子之數，以少減多，更相減損，求其等也。[九章算術]方田卷（輾轉相除法中國古代稱為更相減損求等。）

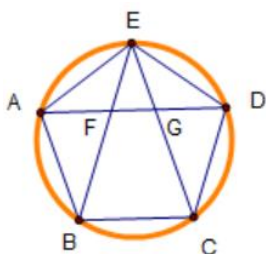
「如果從兩不等量的大量中連續減去小量，直到餘量小於小量，再從小量中連續減去餘量直到小於餘量，如此一直作下去，當所餘的量永遠不能量盡它前面的量時，則兩量不可公度。」[幾何原本]第七章

2	56	21	1 例如 (56,21)=
	42	14	
	14	7	
2	14	7	
	0		

(56,21)=(21,14)=(14,7)=(7,0)=7

0 是任意數的倍數。

換句話說，這兩個量的比，不能以整數比的形式來表達，也就是說，這兩個量是不可公度的(即 比是一個無理數)。



首先，假設點有一定的大小，其長度 $d > 0$ 。

線段是由具有一定大小的點排列而成的，像一條珍珠項鍊。

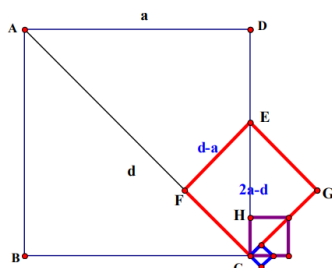
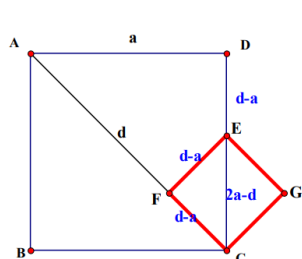
以下解釋長方形的面積 = 長 \times 寬 = ab

證明：由於 a 與 b 可共度，故可取到共度單位 u ，使得

$$a = mu, b = nu$$

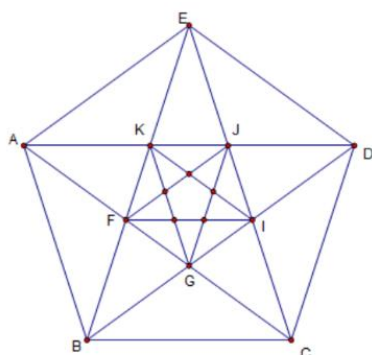
用 u 將長分割成 m 等分，寬分割成 n 分，立即看出長方形的面積為 mn 個 u^2 ，恰好就是 ab 。

總之，畢氏學派大膽地（直觀地）假設點的長度 $d > 0$ ，於是自然得到任何兩線段皆可共度。



左圖顯示正方形的對角線長與邊長可以無窮盡地輾轉減損下去，換句話說，正方形的對角線長與邊長為不可公度量。

$$(d,a)=(d-a,a)=(2a-d,d-a)=\dots$$



正五邊形情形是類似的，正五邊形 $ABCDE$ 一直往內作 $FGHIJ \dots$ 都是正五邊形

假設邊長為 $AE=1$ ，

$$\text{對角線長 } \overline{BE} = \phi = \frac{\sqrt{5}+1}{2} = 1.618\dots$$

則 $EF=BK=1$ ， $FK = 2 - \phi$ ， $GK = BG = BF = \phi - 1$

$$(\phi, 1) = (\phi - 1, 1) = (2 - \phi, \phi - 1) = \dots$$

顯示正五邊形的對角線長與邊長可以無窮盡地輾轉減損下去，換句話說，正五邊形的對角線長與邊長為不可公度量。

這是希帕索斯發現的。

希帕索斯是畢氏學派中博學多聞又有探索精神的科學家，科學的探索需要洞察力與背叛性。

提婆達多是阿難的親兄弟，佛陀的堂兄弟。

根據正統派佛典記載，提婆達多曾與阿闍世王聯手加害佛陀，犯下破僧、傷佛、殺比丘尼三種惡行，因而被打入地獄，而「共犯」阿闍世王卻覺悟逆轉成護法王，這不合邏輯。

後來，身處地獄的提婆達多竟被佛陀授記為辟支佛，名曰南無。

在初次結集時，佛陀的很多原始教義在迦葉的權威下被消解或過濾了。在隱修教義中，提婆達多比較偏重於頭陀苦行，卻因公然挑戰迦葉而被竭力攻擊貶低。因此修苦行的迦葉尊者黨同伐異的嫌疑最大。

以上是所謂「提婆達多公案」。[隱僧] p.266

因此推論，希帕索斯被同僚陷害的可能性極大，是教團路線之爭。

只是憑空猜測，無濟於事。

但是終於弄清楚，何謂不可公度，收穫還算不錯。

想念斯人的時間難熬，探索數學的時間又一晃而逝。

該回去準備到雅典的瑣事了，尼古拉不在身邊其實還蠻寂寞的。

到市集找到色諾分。

希波克拉底：

過幾天我要到雅典，請您幫我找幾個信得過的水手。

色諾分：沒問題。阿提與裴夏好嗎？

希波克拉底：看起來希波蠻疼愛裴夏的，阿提的飛鏢也練得不錯，這些都得感謝您。

色諾分：此去雅典得多留意安全，海上偶而有海盜出沒，不過看起來你精氣神比之前好很多，武藝更精進些了。以後我們阿提還需你多照顧。

嘿！這色諾分把阿提當作是自己的兒子了。

後記：

1. 項武義先生的「微積分」一書中 p.48 有我的註記：

75 年 11 月中旬，林 x 光同學問：為什麼長方形的面積是長乘以寬？

同本書中 p.11 有項先生關於希帕索斯公案的說明。



2. [黃金比例的秘密 by Gary B. Meisner] [[黃金數](#)]
3. 黃金數的連分數表示法
4. 黃金數的二進位表示法
5. 足球 C 上的正五邊形
6. (1)[Cosmic Mystery](#) (2)The Harmony of the World by Johannes Kepler
7. Great Pyramid of Giza
8. Golden spiral