

## § 黃金比例



公車司機看到後方一個胖子趕過來，就慢慢靠站等他。

「其實我走路比跑步還快些。」胖子噓呼呼地上了車跟公車司機這麼說。

跑步是為了讓司機知道他在趕公車。

我們的粗意識看到表相，細意識看到實相，微細意識才看到本質。

從離開希俄斯島到由薩摩斯島回來，前後大約經過半個月。

希波克拉底此刻躺在乳香樹旁的草地上，一樣的春風、陽光，心境已大不相同。

尼古拉隨侍天后赫拉，自己魔法小有所成，還有心繫的人，不再無牽無掛。

人生的目標從模糊到清晰。

- (1) 要開始研究數學，準備成為雅典的上階層。
- (2) 努力修煉魔法(第三眼)。
- (3) 繼續尋找希帕索斯公案的線索。
- (4) 守護莫妮卡。

去年，萊斯博斯島(Lesbos，在希俄斯島上方，面積比希俄斯島大。)的城市米蒂利尼(Mytilene)在斯巴達的鼓動之下叛亂，被雅典迅速平定。

斯巴達指揮官 Alcidas 承諾的民主沒有實現，米蒂利尼人還差點被大屠殺。

(只留下婦女與小孩當作奴隸，雅典指揮官克里昂(Cylon)的提議原先被批准，但是後來被否決。)

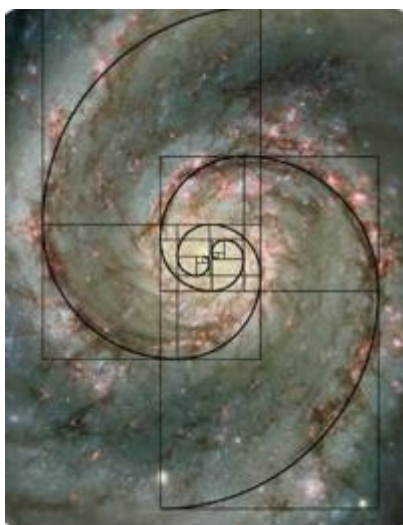
### [\[The Fate of Mytilene\]](#)

今年，雅典大軍出動，20 艘軍艦在拉凱斯(Laches)與 Charoeades 指揮下遠征西西里。

可以這麼說，希俄斯島的獨立運動是沒有任何希望的。

那推動獨立運動的人是安著什麼心？

希波克拉底只是擔心恩諾皮德斯，會不會成為雅典憤怒的替死鬼。



在前往雅典之前，希波克拉底決定先研究造成希帕索斯公案的所謂「不可公度量」。

要說明不可公度量要從輾轉相除法說起。

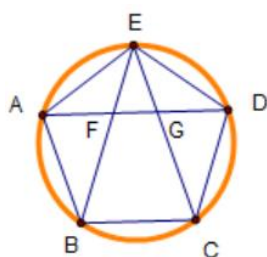
約分術曰：可半者半之，不可半者，副置分母、子之數，以少減多，更相減損，求其等也。[九章算術]方田卷（輾轉相除法中國古代稱為更相減損求等。）

「如果從兩不等量的大量中連續減去小量，直到餘量小於小量，再從小量中連續減去餘量直到小於餘量，如此一直作下去，當所餘的量永遠不能量盡它前面的量時，則兩量不可公度。」[幾何原本]第七章

2	56	21	1
	42	14	
2	14	7	
	14		
	0		

例如 (56,21)=  
(56,21)=(21,14)=(14,7)=(7,0)=7  
0 是任意數的倍數。

當量盡前一個量的更小的量無法被找到時，這個過程將會『無法確定地』(indefinitely)繼續下去。換句話說，這兩個量的比，不能以整數比的形式來表達，也就是說，這兩個量是不可公度的(即比是一個無理數)。



首先，假設點有一定的大小，其長度  $d > 0$ 。

線段是由具有一定大小的點排列而成的，像一條珍珠項鍊。

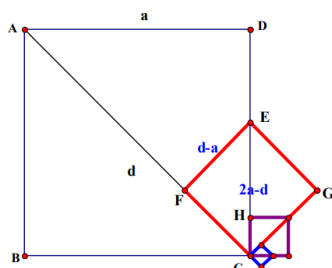
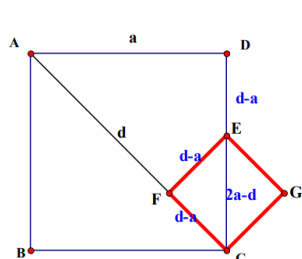
以下解釋長方形的面積 = 長 × 寬 =  $ab$

證明：由於  $a$  與  $b$  可共度，故可取到共度單位  $u$ ，使得

$a = mu, b = nu$

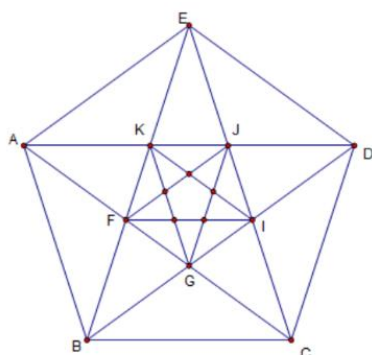
用  $u$  將長分割成  $m$  等分，寬分割成  $n$  分，立即看出長方形的面積為  $mn$  個  $u^2$ ，恰好就是  $ab$ 。

總之，畢氏學派大膽地（直觀地）假設點的長度  $d > 0$ ，於是自然得到任何兩線段皆可共度。



左圖顯示正方形的對角線長與邊長可以無窮盡地輾轉減損下去，換句話說，正方形的對角線長與邊長為不可公度量。

$$(d, a) = (d-a, a) = (2a-d, d-a) = \dots$$



正五邊形情形是類似的，正五邊形  $ABCDE$  一直往內作  $FGHIJ \dots$  都是正五邊形

假設邊長為  $AE=1$ ，

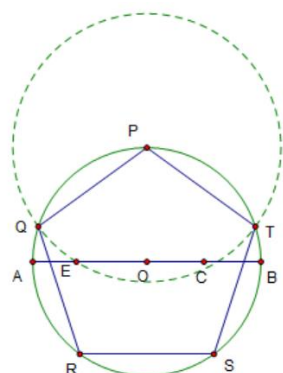
$$\text{對角線長 } BE = \phi = \frac{\sqrt{5} + 1}{2} \approx 1.618 \dots$$

則  $EF=BK=1$ ， $FK = 2 - \phi$ ， $GK = BG = BF = \phi - 1$

$$(\phi, 1) = (\phi - 1, 1) = (2 - \phi, \phi - 1) = \dots$$

顯示正五邊形的對角線長與邊長可以無窮盡地輾轉減損下去，換句話說，正五邊形的對角線長與邊長為不可公度量。

這是希帕索斯發現的。



正五邊形的尺規作圖:

1. 作圓  $O$ ，直徑  $AB$
2. 作  $OB$  中點  $C$
3. 過  $O$  作  $AB$  的垂線交圓  $O$  於  $P$
4. 以  $C$  為圓心， $PC$  為半徑作圓弧交  $AB$  於  $E$
5. 以  $P$  為圓心， $PE$  為半徑作圓弧交圓  $O$  於  $Q$
6. 在圓  $O$  上截等弧  $QR=RS=ST$
7. 五邊形  $PQRST$  即為所求

註：1796年，年輕的高斯(Carl Friedrich Gauss)為了專研物理或數學而苦惱，此時用尺規作圖作出了正十七邊形，於是決定當數學家，最後成為十九世紀最偉大的數學家。

尺規作圖無用嗎？無用之用，是為大用。

希帕索斯是畢氏學派中博學多聞又有探索精神的科學家，科學的探索需要洞察力與背叛性。

提婆達多是阿難的親兄弟，佛陀的堂兄弟。根據正統派佛典記載，提婆達多曾與阿闍世王聯手加害佛陀，犯下破僧、傷佛、殺比丘尼三種惡行，因而被打入地獄，而「共犯」阿闍世王卻覺悟逆轉成護法王，這不合邏輯。

後來，身處地獄的提婆達多竟被佛陀授記為辟支佛，名曰南無。

在初次結集時，佛陀的很多原始教義在迦葉的權威下被消解或過濾了。在隱修教義中，提婆達多比較偏重於頭陀苦行，卻因公然挑戰迦葉而被竭力攻擊貶低。因此修苦行的迦葉尊者黨同伐異的嫌疑最大。

以上是所謂「提婆達多公案」。[隱僧] p.266

因此推論，希帕索斯被同僚陷害的可能性極大，是教團路線之爭。

只是憑空猜測，無濟於事。

但是終於弄清楚，何謂不可公度。如何尺規作圖。收穫還算不錯。

想念斯人的時間難熬，探索數學的時間又一晃而逝。

該回去準備到雅典的瑣事了，尼古拉不在身邊其實還蠻寂寞的。

後記：

1. 中國黃帝(2717~2600BC)與大臣論醫 有黃帝內經。

扁鵲約 407~310BC 是名醫著「難經」[扁鵲三兄弟]

埃及第三王朝法老左塞(2780BC)有御醫印和闐(Imhotep 或譯為伊姆荷太普)。關於古希臘醫學的文獻很少 希波克拉底是現代醫學之父是定論。狄莫塞迪斯(Democedes of Croton 522BC 是波斯大流士一世的御醫)的醫學成就除了治好大流士一世的腳傷其餘不可考。

讓莫妮卡跟狄莫塞迪斯學習醫學是一時興起，說不定有奇蹟出現。

這跟我最近遇到伯公有關。五府千歲之一，范千歲 諱承業 江蘇吳縣人 生於隋末之際 助高祖、太宗 滅隋建唐 博通經史 醫學絕倫 斬妖除魔。

這是另一段故事。

2. 項武義先生的「微積分」一書中 p.48 有我的註記:

75 年 11 月中旬，林 x 光同學問：為什麼長方形的面積是長乘以寬？

我 Google 一下，發現花蓮慈濟醫院林醫生長得還蠻像我學生的(眼部特徵)，只是頭變大變圓了。

同本書中 p.11 有項先生關於希帕索斯公案的說明。



3. [黃金比例的秘密 by Gary B. Meisner] [[黃金數](#)]
  4. 黃金數的連分數表示法
  5. 黃金數的二進位表示法
  6. 足球 C 上的正五邊形
  7. (1)[Cosmic Mystery](#) (2)The Harmony of the World by Johannes Kepler
  8. Great Pyramid of Giza
  9. Golden spiral
-