

## § Yang-Mills functional

數學上的[聯絡]對應物理上的[Potential(勢)]

考慮一個主纖維叢，並在其上定義一個連絡  $A$ ，聯絡  $A$  的強度由其曲率  $F_A$  決定。

$$\text{Wang-Mills 泛函 } YM(A) = \int_M \|F_A\|^2 dV_g$$

其中  $\|F_A\|^2$  是曲率強度， $dV_g$  是時空 volume form。

當此泛函有最小值的條件 即 Wang-Mills 方程。

電磁學是一種最簡單的 Wang-Mills 理論，它的規範群是阿貝爾群  $U(1)$ 。

描述「勢」的連通  $A$ ，就是電磁學中的向量勢  $A$  和純量勢  $\phi$ 。

描述「場強度」的曲率  $F_A$ ，就是我們熟悉的電場  $E$  和磁場  $B$ 。

對於電磁學，Yang-Mills 泛函  $YM(A)$  就變成了對整個空間的  $E^2 + B^2$  做積分。而  $E^2 + B^2$  恰好就是電磁場的能量密度。