

§ 極小曲面穩定性分析的兩種方法

(1) 面積變分法

研究一個曲面在微小變形下，面積是否會增加，從而判定該曲面是穩定還是不穩定。

Jacobi operator

Morse index

(2) Mean curvatue flow

研究曲面在演化過程中是否會趨近於一個穩定的最小曲面，或是否會發生奇異性（如塌陷）。

$$\frac{\partial X}{\partial t} = -Hn$$

項目	面積變分	MCF
類型	穩定性是「靜態」概念	穩定性是「動態演化」概念
主體	積分泛函	偏微分方程（PDE）
穩定性	二階變分正定性（Morse index）	流的收斂性、奇異性
工具	Jacobi operator（自伴）	MCF線性化運算子（非自伴）
可用性	適合分析個別靜態最小曲面	適合研究整個空間中曲面的演化行為

面積變分法：研究的是面積泛函的變分，透過變分積分表達式理解「一個小變形是否會讓面積增加」。

MCF 方法：研究的是曲面在時間演化下的微分行為（微分流），並觀察其是否會穩定收斂或爆炸。

兩者處理的對象不同，但都可以用來研究最小曲面的穩定性。有趣的是，在許多現代研究中，這兩種方法會結合起來使用，例如用 MCF 生成最小曲面，再用變分法分析其穩定性。