§ Cauchy-Kowalevskaya theorem

保證了在某些條件下，偏微分方程初值問題的局部解析解的存在與唯一性。

考慮一個具解析係數的偏微分方程：

$$\frac{\partial u}{\partial t} = F\left(t, x_1, x_2, \ldots, x_n, u, \frac{\partial u}{\partial x_1}, \ldots, \frac{\partial u}{\partial x_n}\right),$$

其中 F 在其變數上是解析函數。

若給定初始條件：

$$u(0, x_1, x_2, \ldots, x_n) = \phi(x_1, x_2, \ldots, x_n),$$

其中 $\phi(x_1, \ldots, x_n)$ 也是解析函數，則在某個包含 $t = 0$ 的小鄰域內，該方程存在唯一的解析解 $u(t, x_1, \ldots, x_n)$。

意義與限制

1. 解析性條件：定理要求方程的係數函數 F 和初始條件 ϕ 都是解析的（可展開為收斂冪級數）。這與其他偏微分方程存在性理論（如 Poincare 的特徵方法）不同，後者可以處理非解析的情況。
2. 局部性：定理保證的解僅在某個小鄰域內存在，並不一定是全局解。
3. 無法適用於所有方程：某些類型的偏微分方程，例如雙曲型方程，可能無法滿足定理的條件。

這個定理對於解析偏微分方程的研究非常重要，特別是在流體力學、熱傳導、波動現象等物理應用中提供了解存在性的理論保證。

Sofia 1888 年對 spinning top 做了重要的研究，稱為 Kovalevskaya Top，是剛體動力學中三個經典可積案例之一。

利用雅可比橢圓函數和阿貝爾積分來求解運動方程。因此獲的 Prix Bordin 獎。

在剛體動力學中，已知的三個可積剛體運動案例是：

1. 歐拉陀螺（Euler top）：無外力的剛體自由旋轉。
2. 拉格朗日陀螺（Lagrange top）：均勻對稱剛體，且重心在旋轉軸上。
3. 柯瓦列夫斯卡亞陀螺（Kovalevskaya top）[N5101Spinning top]